



Mészáros Gábor

Útpárosítás Gráfokban

Városmajori Gimnázium
Budapest, 2015. November 4.

www.meetthescientist.hu



Fulbright visiting student researcher



At The University of Memphis



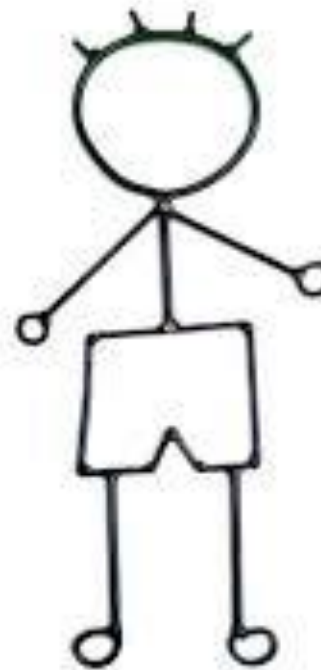
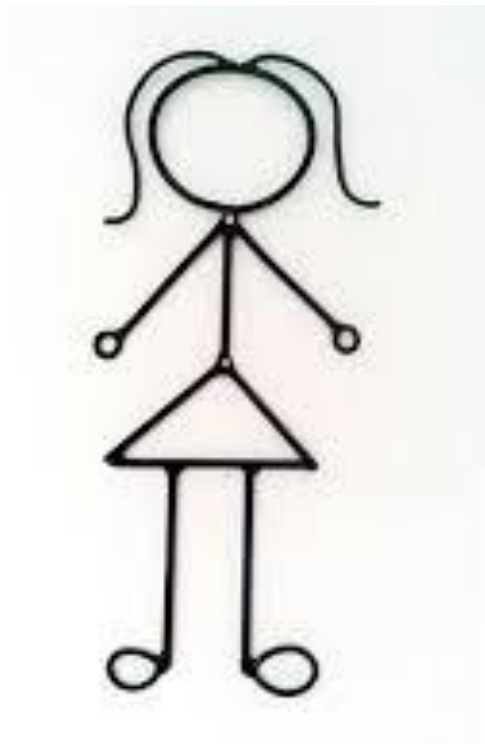
$$\frac{\partial}{\partial a} \ln f_{a, \sigma^2}(\xi_1) = \frac{(\xi_1 - a)}{\sigma^2} f_{a, \sigma^2}(\xi_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left\{-\frac{(\xi_1 - a)^2}{2\sigma^2}\right\}$$

$$\int_{\mathbb{R}_n} T(x) \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} f(x, \theta) dx = M\left(T(\xi) \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \ln L(\xi, \theta)\right)$$

$$\int_{\mathbb{R}_n} T(x) \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \theta} \ln L(x, \theta)\right) \cdot f(x, \theta) dx = \int_{\mathbb{R}_n} T(x) \cdot \left(\frac{\frac{\partial}{\partial \theta} f(x, \theta)}{f(x, \theta)}\right) \cdot f(x, \theta) dx$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \int_{\mathbb{R}_n} T(x) f(x, \theta) dx = \int_{\mathbb{R}_n} \frac{\partial}{\partial \theta} T(x) f(x, \theta) dx$$

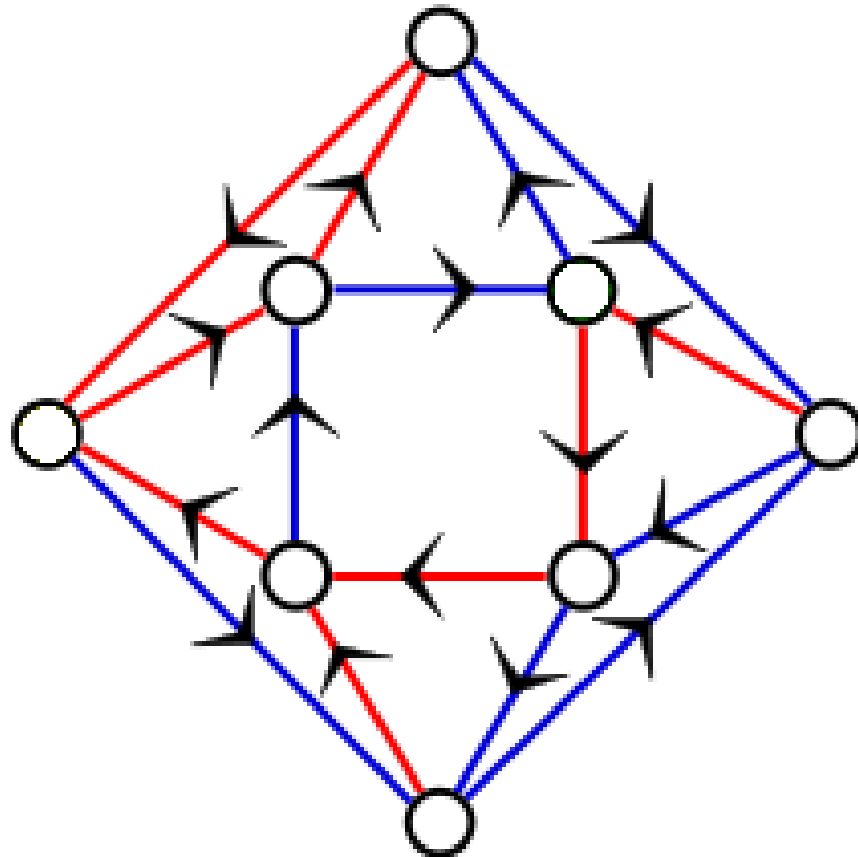
Természetes...

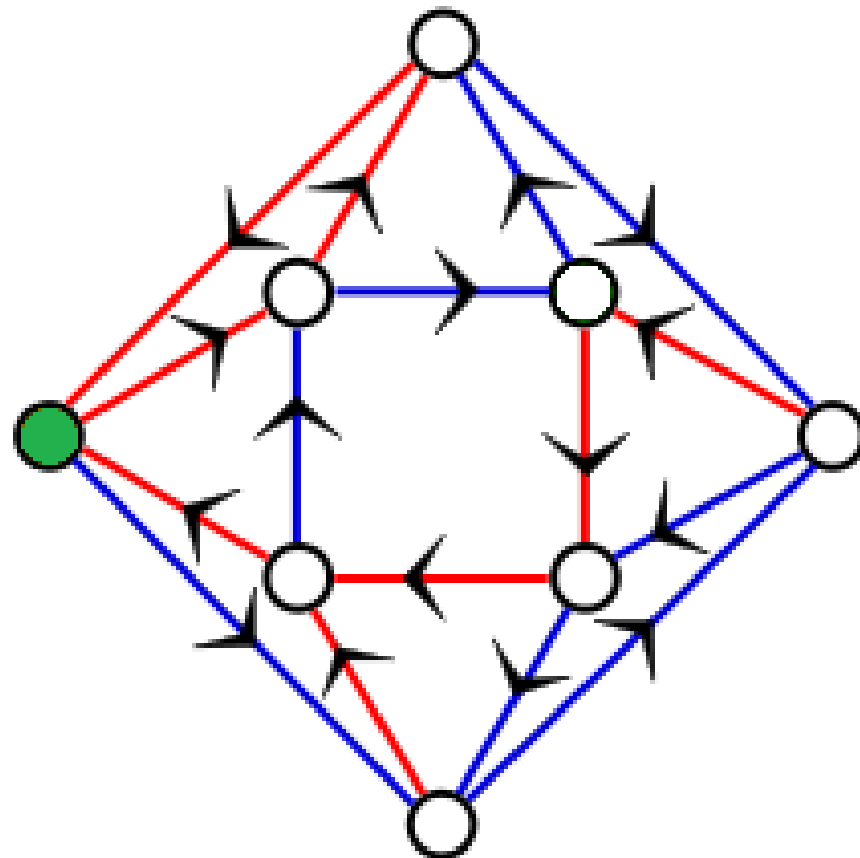


Gráfelmélet

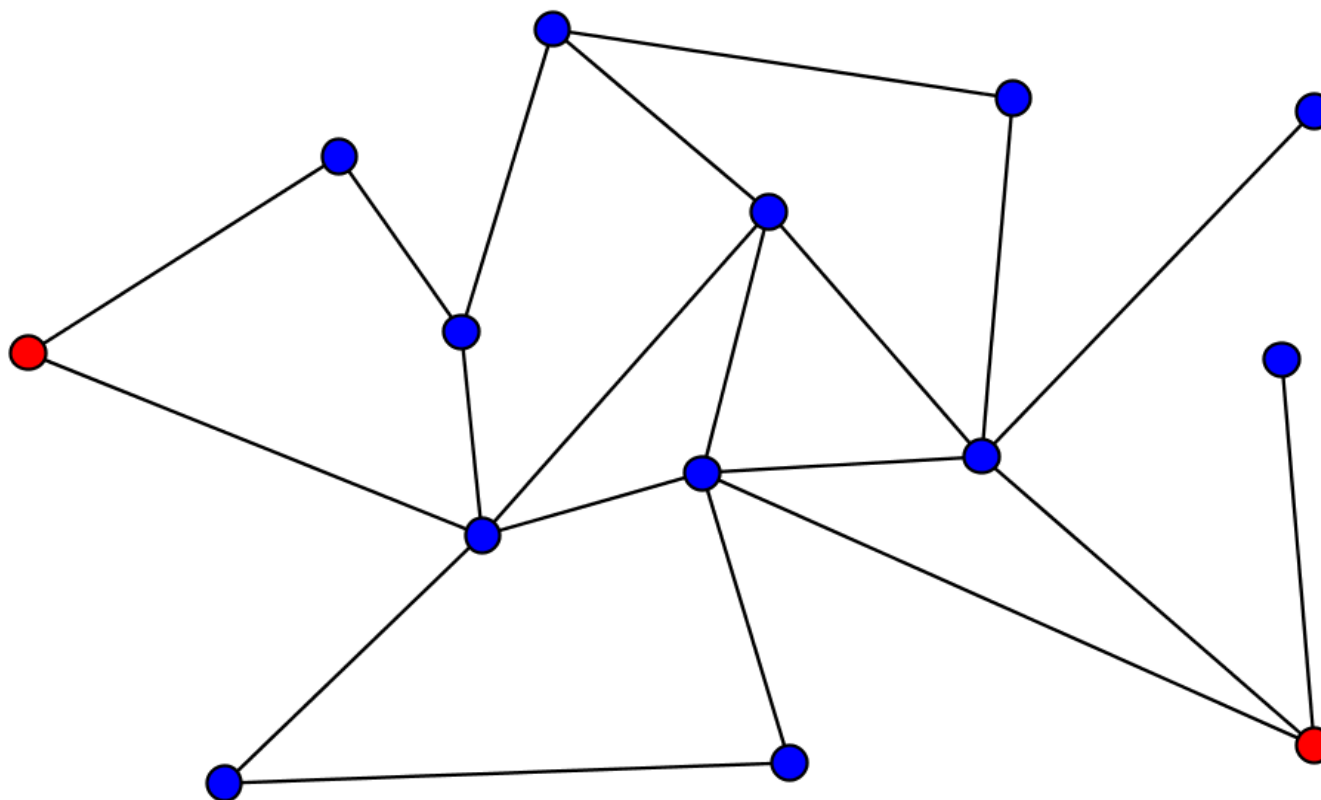
...mindenhol ott van...



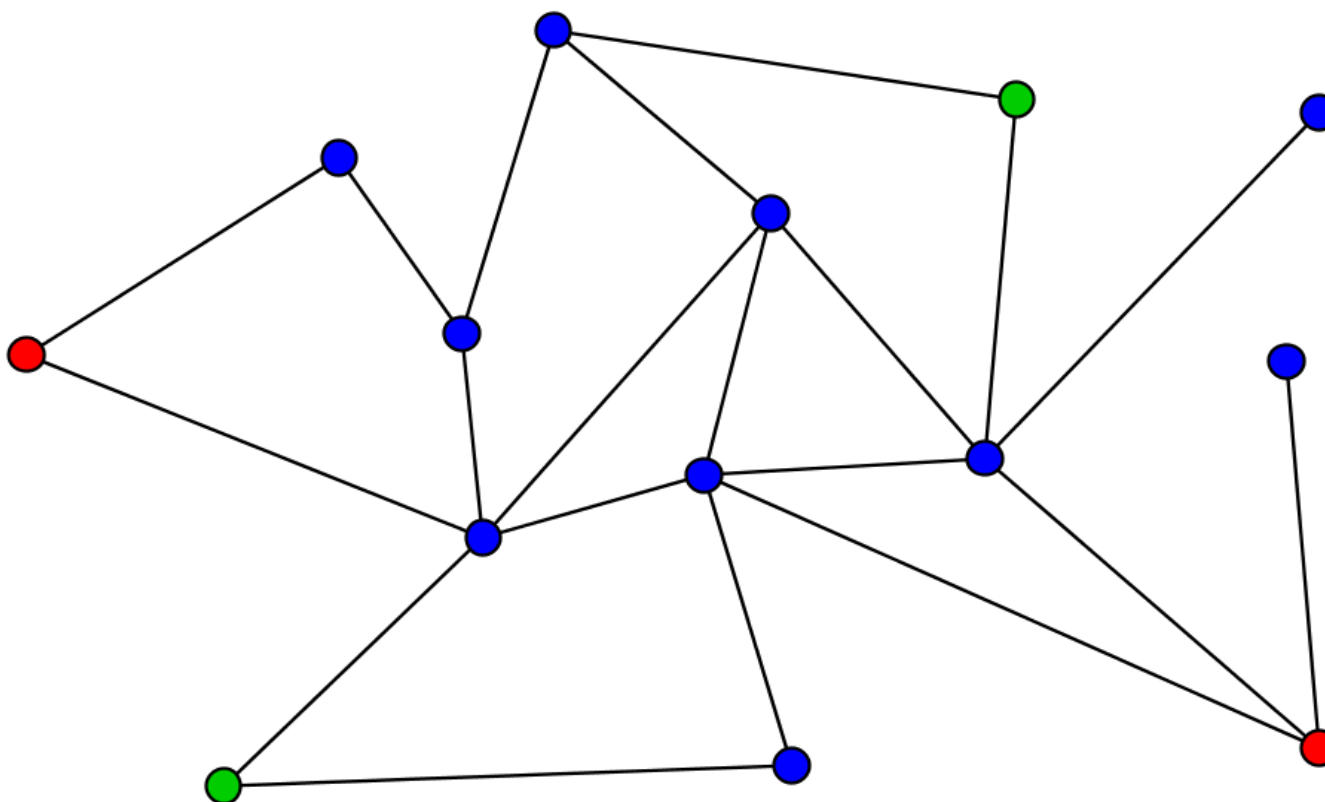




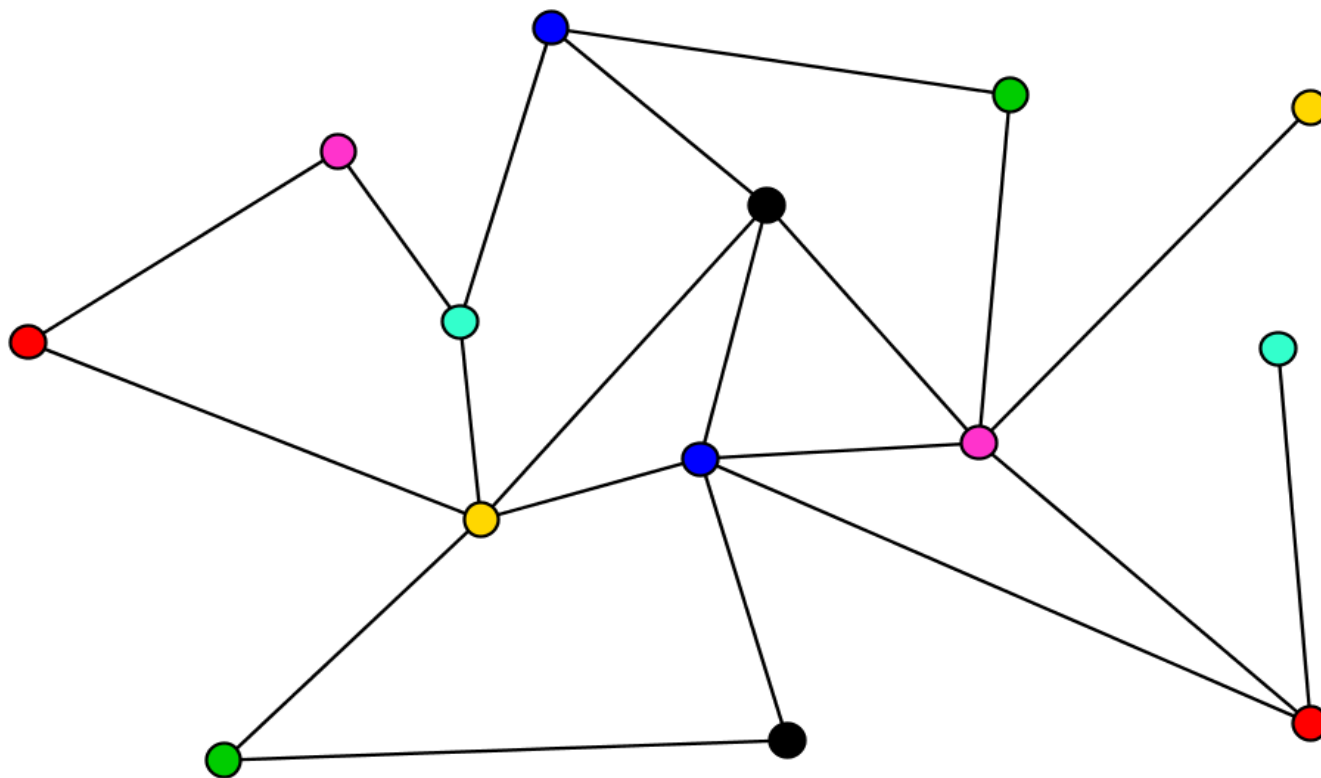
Csúcpár összekötése úttal



Csúcspárok összekötése diszjunkt utakkal

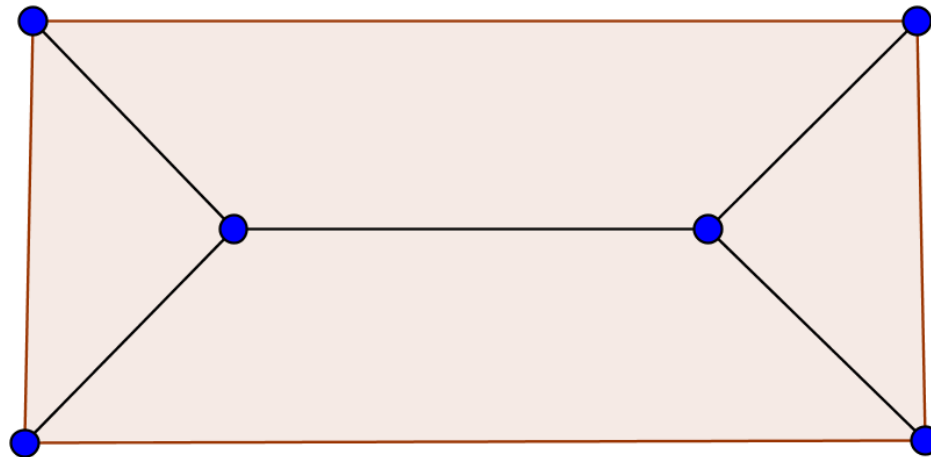


Összes csúcspár összekötése diszjunkt utakkal

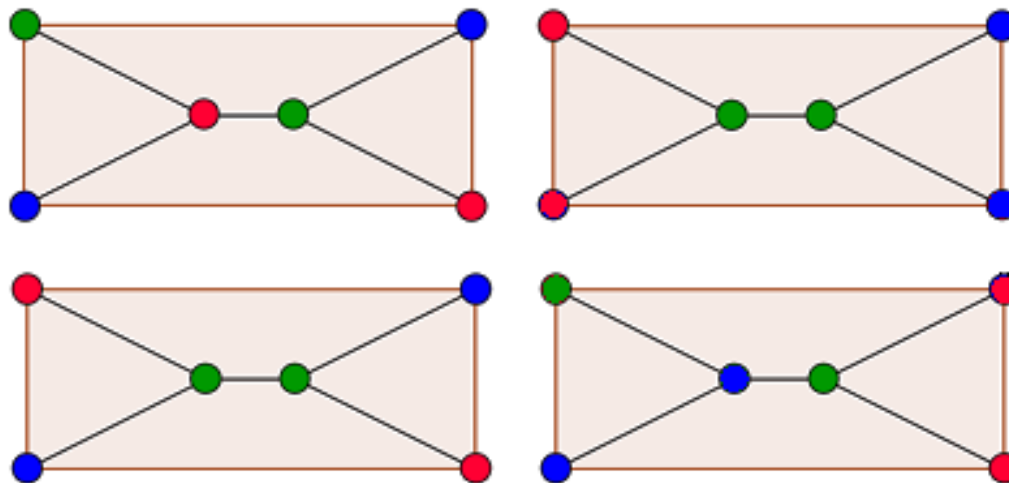


Definíció: Egy G gráf útpárosítható, ha csúcsainak bármilyen párosítása mellett megadhatóak a párokat összekötő éldiszjunkt utak.

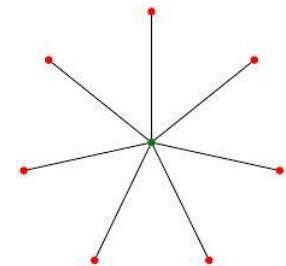
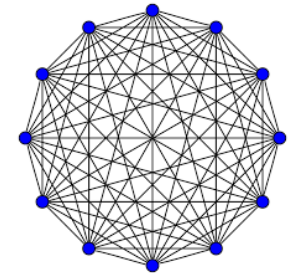
Példa:



Példa útpárosítható gráfra



- Tetszőlegesen nagy gráf
- Kis élszám (élminimális konstrukció)
- Egyenletes csúcsterhelés,
maximális fokszám (Δ) minimalizálása



Tétel (Faudree, Gyárfás, Lehel):

Ha G gráf n csúcson n maximális fokszám mellett útpárosítható, úgy:

$$n \leq 2\Delta^\Delta$$

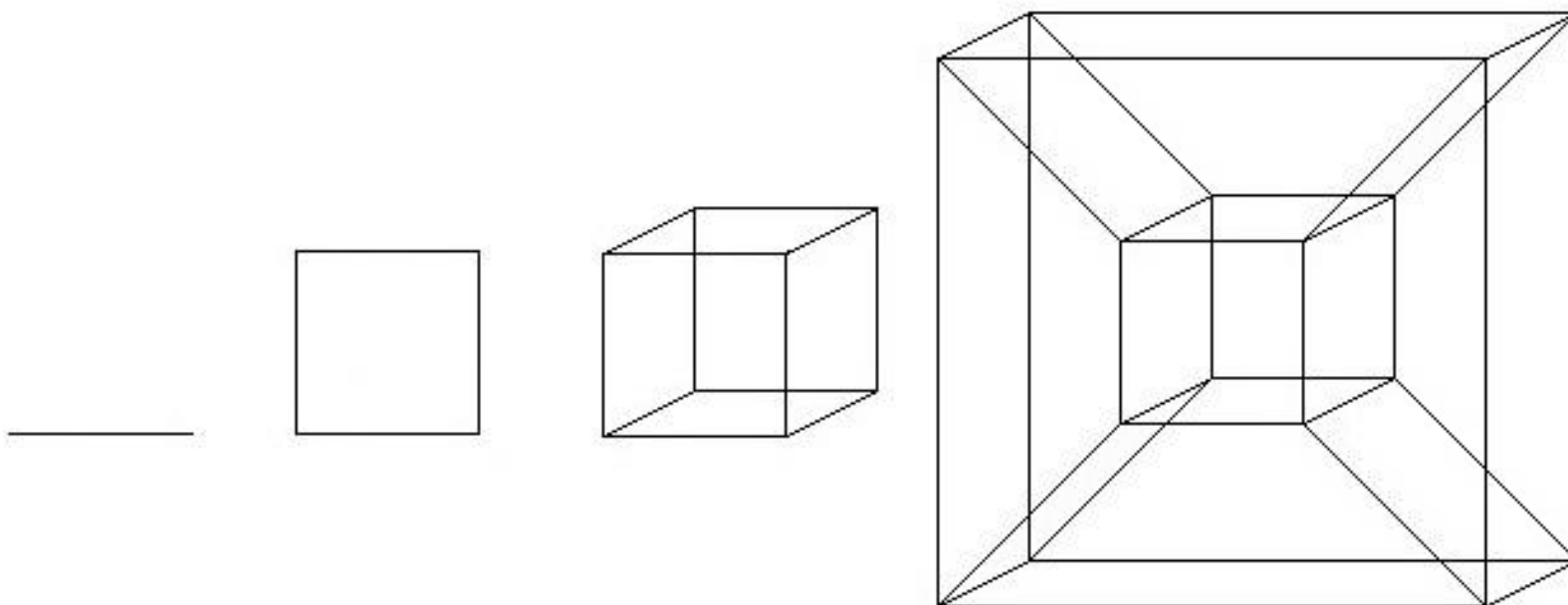
Következmény:

$$\Delta > c \frac{\log n}{\log \log n}$$

Ma ismert legjobb konstrukciók (Kubicza, Kubiczky, M.):

$$\Delta \approx \sqrt{n}$$

Hiperkockák útpárosíthatósága



Hiperkockák útpárosíthatósága

- Sejtés: Ha n páratlan, az n dimenziós hiperkocka útpárosítható.
- Állítás: Ha n páros, az n dimenziós hiperkocka nem útpárosítható.

Bizonyítás:

- Válasszunk átellenes csúcsokat pároknak! Ez 2^{n-1} párt jelent.
- A csúcsok összekötéséhez páronként legalább n él szükséges. Ez összesen legalább $n \times 2^{n-1}$ él.
- A hiperkockának n dimenzióban PONTOSAN ENNYI ÉLE VAN!
- Nem használhattuk az összes élet...

Q.E.D.



Köszönöm!

www.meetthescientist.hu

